

Universidad de los Andes-Departamento de Física
Examen de Conocimientos: Electrodinámica
Julio de 2011

1. Una distribución de carga localizada tiene una densidad de carga

$$\rho(\vec{r}) = \frac{1}{64\pi} r^2 e^{-r} \sin^2 \theta$$

(a) Haga una expansión multipolar del potencial debido a esta distribución de carga y determine todos los momentos multipolares no nulos. Expresé el potencial, para distancias grandes, como una expansión finita en polinomios de Legendre.

(b) Determine explícitamente el potencial en todo punto del espacio, y muestre que cerca del origen, a orden 2 en r (inclusive), se tiene:

$$\Phi(\vec{r}) \simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{4} - \frac{r^2}{120} P_2(\cos \theta) \right).$$

Fórmulas útiles:

$$Y_{00} = 1/\sqrt{4\pi}, \quad Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}, \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$
$$Y_{22} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}, \quad Y_{21} = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}, \quad Y_{20} = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right),$$

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = 4\pi \sum_{l,m} Y_{lm}^* Y_{lm} \left(\frac{1}{2l+1} \right) \frac{(r_<)^l}{(r_>)^{l+1}}.$$

2. Calcule el campo electromagnético generado por una partícula puntual de carga q que se mueve con velocidad constante \vec{v} ,

(a) Con una transformación de Lorentz.

(b) Usando los potenciales de Liénard-Wiechert.

Compare y comente sus resultados.